

PLENÁRIS ELŐADÁSOK

Biológia és matematika: korai és érzékeny érintkezési pontok Linné, Chambers és Darwin műveiben

PODANI János

ELTE TTK, Növényrendszertani, Ökológiai és Elméleti Biológiai Tanszék
1117 Budapest, Pázmány P. sétány 1/C
E-mail: podani@ludens.elte.hu

Bevezetés

A biológia történetében a matematikai gondolkodás hosszú időn át legfeljebb elemi szinten mutatkozott. Ez kevésbé meglepő, ha a leíró tudományok, különösképpen a rendszertan első, klasszikus periódusát vesszük szemügyre. Érdekes módon ugyanezt mondhatjuk el egy későbbi, absztrakciót jobban igénylő fontos időszakról, az evolúciós gondolat kibontakozásának évtizedeiről is. A kezdeti nehézségeket jellemzi, hogy – legalábbis mai szemmel nézve – egyszerű problémák felvetése, megoldása, szemléltetése és magyarázata sem sikerült mindig maradéktalanul. Ez alól a biológia történetének olyan nagy alakjai sem kivételek, mint C. Linné (1707–1778), C. R. Darwin (1809–1882), vagy éppen az ő elméletének fogadtatását előkészítő R. Chambers (1802–1871). Jelen előadásból az is kiderül, hogy egyszerű hibák és félreértések igen sokáig rejtve maradtak, vagy kritika nélkül átmentek újabb kiadásokba, fordításokba és – talán a szerzők tekintélye miatt is – sokszor tényként hivatkozott rájuk számos óvatlan szerző mind a mai napig. Ugyanakkor pontos eredményre, helyesebben sejtésre ott is rábukkanhatunk, ahol az talán a legkevésbé volt várható.

A növényi génuszok maximális száma

A „modern rendszertan megalapítója”, C. Linné a *Systema Naturae*-ben (LINNAEUS 1735) fejezte ki először a fajok állandóságába vetett hitét („*Species constantissimae sunt, cum earum generatio est vera continuatio*”), amit megerősített a *Fundamenta botanica* (LINNAEUS 1736) 157. aforizmájában is („*SPECIES tot numeramus, quot diversae formae in principio sunt creatae*”). Biológusként tisztában volt azonban azzal, hogy egy adott faj egyedei nem egyformák, és a következő aforizmában leszögezte: *VARIETATES tot sunt, quot differentes plantae ex ejusdem speciei semine sunt productae*. Ezek a gondolatok változatlanul megjelentek a *Fundamenta* kibővített változatában, a *Philosophia botanica*-ban (LINNAEUS 1751a) is. A faj definíciója azonban ebből, a leginkább elméletinek tekinthető munkájából is kimaradt – és tudomásunk szerint nem jelent meg későbbi műveiben sem. A változatok miatt túl sok volt a bizonytalanság, ami eltántoríthatta Linnét

attól, hogy ezzel próbálkozzon. Más a helyzet a génuszokkal (nemzetségekkel), melyekről a *Fundamenta* (és a *Philosophia*) 159. aforizmájában így vélekedett: *GENERA tot dicimus, quot similes constructae fructificationes proferunt diversae Species naturales*. Vagyis, a génuszokból éppen annyi van, amennyiben a különböző fajok *fruktifikációja* megegyező – fruktifikáció alatt a virág és a termés együttesét értve. Linné úgy vélte, hogy ezt az állítást megerősítheti annak megvizsgálásával, hogy a virág és termés sajátosságai alapján hány különböző génusz képzelhető el egyáltalán. Minden rendben lesz, ha ez a szám kevesebb, mint az addig leírt növényi nemzetségek száma, vélte Linné – implicit módon eljutva a génusz fogalmának formális definíciójához. A génuszok lehetséges számának megállapításához a fruktifikáció jellemzőit a *Philosophia*-ban részletesen, hierarchikus formában adta meg. Hét fő részt különített el benne (csésze, pártá, porzó, termő, pericarpium, mag, receptaculum). Mindegyik résznek vannak *elemei* (pl. a porzónak a porzószál, a portok és a pollen), minden elemnek *dimenziói* (köztük négy fontos: a darabszám, az alak, az arány és az elhelyezkedés) és minden dimenzióban vannak lehetséges *állapotok* (pl. a csészéhez tartozó elem, a perianthium alakja négyféle lehet: globosus, clavatus, reflexus és erectus). Ez utóbbi két szint egyértelműen megfelel a mai *character* és *character state* fogalmaknak, melyeknek kitéüntetett szerepe van a rendszertani adatok numerikus értékelésében. Linné szerint tehát bármely két génusz a fenti dimenziók legalább egyikében el kell térjen egymástól, míg a fruktifikáció más sajátágaiban és a vegetatív jellegekben akár meg is egyezhetnek. A számoláshoz a 167. pontban megadott kis táblázat (1. ábra: a) jelentette a kiindulópontot: a hét fő rész elemeinek számát összeadta, majd az össz-elemszámot (n) megszorozta a fő dimenziók számával, vagyis négygyel. A génuszok lehetséges számát Linné az elemek számával történő újra beszorzással hozta ki. A keresett értéket *Linné-féle számnak* nevezhetjük, és L -lel jelölhetjük, vagyis $L = 4n^2$.

Az L számmal kapcsolatban elvi és egyszerű számolási/szerkesztési problémák is felmerülnek. Az elvi kérdés az, hogy nem világos, miért vette Linné az elemszám négyzetét, amit semmiféle kombinatorikus megfontolással nem lehet megmagyarázni. Erre vonatkozóan a szakirodalomban sem találunk utalásokat – és úgy tűnik, Linné gondolatmenete örökké rejtély marad mindannyiunk számára. Az biztos, a kapott 5736-os érték jóval nagyobb volt, mint az akkor ismert nemzetségek száma. Linnét megnyugtatta az is, hogy van még lehetőség eddig ismeretlen génuszok felfedezésére és a rendszerbe illesztésére. Ugyanakkor első látásra feltűnő lehet, hogy a pár ezres szám rendkívül alacsony. Linné karakter-tábláját figyelembe véve kombinatorikus alapon becsülhető, hogy az L legkonzervatívabb felső határa 10^{18} , ami az ismert fajok számát is 12 nagyságrenddel meghaladja!

Maga a számolás elemi aritmetikai hibákkal terhelt. Először is, a végeredmény helyesen 5776 és nem 5738, ami kétszer előfordul a szövegben, tehát nem nyomdahiba. Lényegesebb és érthetlenebb tévedés azonban az, hogy Linné a számoszlop feletti, részek számára utaló VII-et is hozzáadta a többi értékhez! A 38 helyett tehát valójában 31-gyel kellett volna kalkulálni. A táblázatban szereplő 4-es értékek a mag és a receptaculum mellett pedig nincsenek összhangban a könyvben megadott elemszámokkal, melyek helyesen 3, illetve 5. Linné „szerencséje”, hogy a kettő összegét az elírások nem

befolyásolták. A *Philosophia* fordítói, szerkesztői, átdolgozói¹ és a könyvre hivatkozó modern szerzők a hibákat 1) nem vették észre, vagy 2) csak részben javították ki, vagy 3) újabb hibákat is bevitték a számolásba. Ezek alapján felrajzolható a *Philosophia botanica* kiadásainak evolúciós hálózata is, mely jól mutatja, hogy egy – matematikai szempontból legalábbis – elemi probléma mennyi nehézséget okozott több mint két és fél évszázadon keresztül, ami nem vet jó fényt az utókor biológusaira sem. A Linné szándéka szerinti számolás egyébként mindeddig *egyszer sem* jelent meg helyesen!

Populációnövekedés I: egyéves növények, egy pár galamb és három légy

A populációban történő gondolkodás alapvető fontosságú az ökológiában. C. Linné ebben is, mint sok minden másban, úttörő szerepet játszott, így őt a tudományterület egyik megalapítójának (is) tekinthetjük (vö. EGERTON 2012). A populációk növekedésének korlátairól kifejtett gondolatai jelentősen megelőzték T. R. Malthus (1766–1834) közismert, először 1798-ban megjelent tanulmányát (*An Essay on the Principle of Population*). Linné idejében megoldhatatlannak tűnt az a probléma, hogy a bibliai özönvíz óta eltelt rövid időben hogyan népesedett be a Föld, hiszen Noé bárkáján minden fajból legfeljebb egy párnak jutott hely. Linné egy teljes előadást szentelt ennek a témának 1743. április 12-én Uppsalában, a J. Westman (1714–1785) doktorra avatásának alkalmából összegyűlt hallgatóság előtt (nyomtatásban: LINNAEUS 1751b). Számos példával igazolta, hogy a legtöbb növény számára, melyek egy-egy egyede magvak ezreit hozhatja létre, a széles körű elterjedés nem jelenthetett különösebb gondot. Elképzeléseit egy lassan szaporodó élőlény példájával nyomatékosította: ha egy hipotetikus egyéves növénynek csak egy virága van, amely összesen mindig két magot hoz (ilyenről egyébként nem tudunk), akkor még ez a faj is nagyszámú utóddal fog rendelkezni viszonylag rövid idő, 20 év elteltével. Ha minden magból teljes növény fejlődik és nincs korai mortalitás, akkor a második évben 2, a harmadikban 4, a negyedikben 8 utódja lesz, és így tovább. Vagyis – mai szemmel nézve – egy mértani sorozatot képzelt el, miszerint 20 év múlva 1 milliónál is több egyed jelenik meg, ha a szaporodást egyébként semmi se korlátozza. Az eredményt szövegesen fogalmazta meg (1. ábra: b), melynek leginkább egyértelmű olvasata 1.091.296, de egyes szerzők egy jóval kisebb számot, 91.296-ot látnak ebben a kifejezésben. Linné okfejtésére DARWIN (1859) is hivatkozik a *Fajok eredeté*-ben, kereken egymillió egyedet említve. Linné azonban pontatlanul számolt, a korrekt eredményt először – tudomásunk szerint – SMITHURST (1832) közölte. Meghatározása ma már elemi feladat: $2^{20} = 1.048.576$.

Linné elképzelései nemcsak saját neve alatt, hanem 185 doktoranduszának munkáiban is megjelentek az *Amoenitates academicae* (kb. „Akadémiai örömök”) c. sorozatban. Az utókor mindegyiket kizárólag a svéd természettudósnak tulajdonítja. Feltételezhető ugyanakkor, hogy a diákok nemcsak a latinra történő fordításban és a szóbeli védésben vettek részt, hanem konkrét javaslatokkal is hozzájárultak az ő nevük alatt megjelent disszertációkhoz – ennek mértéke azonban ma már nem dönthető el. Ilyen munka volt I. J. Biberg (1726–1804) értekezése (BIBERG 1754), amit 1749. március 4-én védett meg.

¹ Linné maga sosem nyúlt 1751 után a könyv anyagához.

Ebben az állatok szaporodási képességeit Biberg (és Linné?) a galamb példáján illusztrálja: ha egy pár galamb 9-szer párosodik egy évben, és a nőstény minden alkalommal két tojást rak, akkor négy év elteltével 14.762 utódjuk lesz. Itt azonban a problémafelvetés már

a

167. NOTĀ CHARACTERISTICA (189) omnis erui debet a Numero, Figura, Proportione & Situ omnium partium Fructificationis (86) differentium (98-104).
Methodum, qua character omnis generis conciliendus est, tradit.
Numerus non excedit 24 literas alphabeti.
Sint Fructificationis partes VII.
Calyx - - - 7.
Corymbus - - - 2.
Stamens - - - 3.
Pistilli - - - 3.

Pavi-

CHARACTERES.		117
Pediculus	- - -	1.
Semini	- - -	4.
Receptaculi	- - -	4.
Summa		38.
Partium omnium Numerus		
Figura		
Situs		
Proportio		
		4.

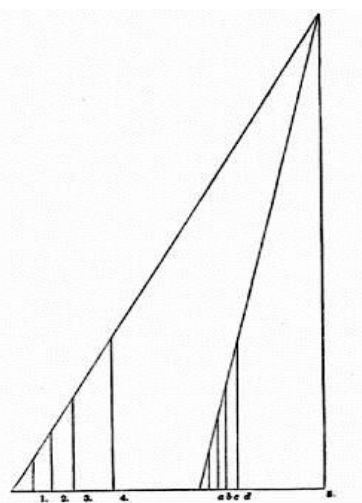
ergo quater triginta octo: 152.
Mutetur modus secundum partes 38, fit 5736.
adeoque sufficit fructificationis ad minimum generibus 5736,
quæ nunquam existant.

c

Scop. carn. 868. *Musca vomitoria*.
Gad. inf. 1. t. 53.
Litt. g.ed. f. 122.
Ray. inf. 27.
Reaum. inf. 4. t. 19. f. 8.
e. 24. f. 13. 15.
Geoffr. parif. 2. p. 584. n. 59.
Lyonet. leff. t. 1. f. 23. 27.
Habitat in Cadaveribus; etiam America. Kalm. Tres
Muscæ confluunt cadaver Equi, æque cito ac Leo.

b

60. Ponamus plantam aliquam annuam, unico flore & binis tantum seminibus instructam. Hac primo anno binos daret fetus, secundo quatuor, tertio octo; post viginti tamen annos existerent hujus plantæ *millia nonaginta & unum milia, ducenta & nonaginta sex* individua. Quid ergo dicendum est fieri potuisse sex millennis? sed perpaucula adeo planta non reperitur; sunt enim singule pluribus seminibus instructæ, ut in superioribus dictum est.



1. ábra. a: A lehetséges génezetek számának kiszámítása Linné *Philosophia botanica* . c. könyvében; **b:** egy lassan szaporodó egyéves növény utódainak száma 20 év után, Linné szerint; **c:** részlet a *Musca vomitoria* jellemzéséből Linné *Systema Naturae* c. művében; **d:** az öttagú osztályozás és a fejlettség kapcsolata Chambers diagramján a *Vestiges* 2. kiadásában.

pontatlan: a galambok ivarérettségének hosszáról és a nemek arányáról nincs szó, és a számolás módjára sem találunk utalást. A munka angol fordítója, B. Stillingfleet (1702–1771) vette észre, hogy az első párt ki kell vonni a fenti számból, ami egyébként csak akkor jön ki, ha a két tojás egyike mindig hím, a másik női (LINNAEUS 1759). Számításokat azonban ő sem közölt. A 19. században több könyvben és enciklopédiában is tényként jelent meg ez a szám, amit egyébként sok szerző – tévesen – Pliniusnak tulajdonított. Megmutattuk, hogy ez esetben Linné gondolatmenete nem is annyira aritmetikailag kérdéses (leszámítva a kezdő pár problémáját), hanem biológiai értelemben: 14.760 akkor jön csak ki, ha feltételezzük, hogy a kiinduló pár és minden utód is csak egy éven át, a születésük utáni esztendőben termékeny! A galambok azonban gyakorlatilag egész életük során szaporodóképesek, vagyis a fenti feltételek mellett egy párnak négy év alatt összesen 19.998 utódja lesz – itt is feltételezve persze a korlátozó tényezők teljes hiányát. Más kérdés, hogy a vadon vagy városban élő galambok ennél jóval kisebb szaporulattal rendelkeznek; a példa leginkább csak házigalambok esetében közelít a valósághoz.

Linné a legismertebb munkájában, a *Systema Naturae* számos kiadásában (pl. LINNAEUS 1767) is találunk utalást a korlátlan populáció növekedés esetleges hatására. A feketearcú dongólégy (*Musca vomitoria*, mai nevén *Calliphora vomitoria*) ismertetése a következő egymondatos állítással zárul: „*Három légy olyan gyorsan fogyaszt el egy döglött lovat, mint egy oroszlán*” (1. ábra: c). Állítását semmiféle adat és megfigyelés nem támasztja alá a könyvben, számolásról pláne nincs szó. Linné nyilvánvalóan aforizmaszerűen próbálta érzékeltetni azt, az ő korában már jól ismert tény, hogy a döglegyek igen nagy szaporodó képességgel rendelkeznek, lárváik (a nyüvek) pedig nagytömegű húst képesek felfalni igen rövid idő alatt². Miután a lárvák mennyiségéből és fejlődési állapotából az áldozat halálának idejére is következtetni lehet, a legyek és lárváik vizsgálata bevonult a kriminalisztikai tudományokba is. Egyes szakkönyvek és cikkek szerzői Linné aforizmáját választották mottóul (pl. PAPAVERO et al. 2010), s így az ismertté vált a nem biológus közönség számára is. Felmerül persze a kérdés, hogy mennyire igaz a fenti állítás (sejtés), milyen eredmény jönne ki, ha minden lehetséges feltételt figyelembe vennénk? Maguk az imágók például nem is esznek húst – ezt Linné nyilvánvalóan tudta, és eleve a lárvákra gondolt. De vajon milyen ivarú az a bizonyos három légy, hány petét raknak a nőtények egy alkalommal, hányszor petéznek életükben és vajon meddig élnek? Milyen hamar kelnek ki a nyüvek, mennyi húst fogyasztanak és hány nap múlva bábozódnak be? Mennyi idő telik el ezután az imágók kibújásáig, hány százalékuk lesz nőtény, és hány naposan lesznek ivarérettek? Mennyi hús és más ehető lágyszövet van egy átlagos lóban, hány napig fogyasztható a holttest és egyáltalán, mennyi húst és milyen időközökben képes elfogyasztani egy oroszlán? A kérdések sorát még folytathatnánk, mutatva, hogy mennyire összetett problémát intézett el Linné egyetlen egy mondattal. Mindeneddig csak WALDBAUER (2003) próbálkozott azzal, hogy leellenőrizze ezt

² Azt a régi hitet, hogy pl. a romlott húsban megjelenő „kukacok” ősnemzésből származnak, csak a 17. században cáfolta meg Francesco Redi (1626–1697).

a tételt, de az általa használt demográfiai paraméterek tévesek voltak, és számos fontos tényezőt figyelmen kívül hagyott. Az irodalomban sok, viszonylag friss adatot találtunk a dongólegyek (*Calliphora*) szaporodásmódjáról és táplálkozásáról, melyek alapján felállítottunk egy egyszerű modellt. Egy minden szempontból átlagos szituációban, ha semmilyen külső körülmény sem zavarja meg a nyüvek, bábok és imágók fejlődését, kb. 430 kg hús fogy el 60 nap alatt, ha mindhárom légy az első napon lepetézik. Ezt a mennyiséget, ami nagyjából egy erőteljes ló lágy részeinek összes tömege, egy jól fejlett hím oroszlán kb. 66 nap alatt képes elfogyasztani. Végso következtetésünk tehát az, hogy bár Linné aforizmája nem számoláson alapul, mégis meglepően pontos és találó – szépen igazolva az intuíció szerepét a tudományos gondolkodásban.

A bűvös 5-ös szám és a fa-gráfok

A viktoriánus Anglia értő közönségét, amatőröket, tudósokat és egyházi méltóságokat egyaránt, minden korábbinál jobban felrázott egy, a szerző nevét elhallgató könyv, amely „a teremtés természettörténetének nyomait”³ fejtette (CHAMBERS 1844). A kötet írójáról látszott, hogy egy művelt és a tudományokban is tájékozott emberről van szó, aki azonban számos téves információt kritika nélkül közölt. Mondanivalójának lényege az volt, hogy az élő – és az élettelen – világ változását törvények irányítják, istennek legfeljebb eme törvények megalkotásában lehetett szerepe. Sokan úgy vélekedtek – és közéjük tartozik maga Darwin is –, hogy a könyv sikeresen készítette elő az olvasó közönséget arra, hogy majd 15 évvel később, a *Fajok eredete* fogadtatása pozitív (vagy kevésbé negatív?) legyen, hiszen egyértelműen az evolúció (akkori nevén: transzmutáció) mellett kardoskodott (SECORD 2000). Csak jóval a szerző halála után fedte fel a titkot egy jó barát (A. Ireland), miszerint a könyvet nem C. Lyell, C. R. Darwin vagy éppen Albert herceg (mint ahogy egyesek gondolták), hanem egy skót könyvkiadó és szerkesztő, Robert Chambers írta – aki melleleg szintén szerepelt a feltételezett szerzők között. A könyvben jó néhány matematikai érdekesség is van, közülük egyre hívjuk fel a figyelmet. Az első kiadásban megjelent egy rajz amely – mai szemmel nézve – egyértelműen fa-gráfnak⁴ felel meg (1. ábra: d). Ezzel Chambers az akkor még divatos öttagos („quinarian”) osztályozás és a fejlődés kapcsolatát akarta bemutatni. A rovarász William S. Mcleay (1792–1865) által kifundált és az ornitológus William J. Swainson (1789–1855) révén továbbfejlesztett és népszerűsített osztályozási elv alapja az ötös szám volt: szerintük az állati szervezetek öt nagy csoportba oszthatók, mindegyik csoport újabb ötösre bontható, és így tovább, ami az önhasznós strukturák első biológiai alkalmazása lehetett. Az öt tag körkörös elrendezésben írható fel, mindegyik két szomszédal. A tagok azonban nem egyenrangúak, fejlettség szerint sorba rendezhetők, de a körkörös elrendezés miatt a legfejlettebb a legkevésbé fejlett mellé kerül, ami nem baj, hiszen azzal is affinitásokat mutat. A gerinceseken belül például (természetesen) az emlősök a legfejlettebbek, némileg meglepő módon a madarak a legkevésbé azok, viszont ezek sok ismert sajátságban (pl. melegvérűség) mégis az

³ Ez a könyv magyar címét idézi, ami egyébként Somody József fordításában jelent meg Pápán, 1858-ban.

⁴ A matematikai fa fogalma a gráfelméletben először A. Cayley cikkében tűnik fel, 1857-ben.

emlősökkel egyeznek meg. Chambers rajza azt próbálta érzékeltetni, hogy egy adott csoport tagjai nem egyformán fejlettek (az alapvonalig futó élek hosszának arányában) és a csoportok egymásba ágyazottságának bemutatása is fontos lehetett számára. A rajzhoz mellékelt leírásba viszont számos hiba csúszott, az első változatból hiányzott a jobb szélső végpont megjelölése is, ami szinte lehetetlenné tette a megértést. Ami még fontosabb, a diagram használata eleve kudarcra volt ítélve, hiszen egy fa-gráfban nem lehetnek körök, amelyek viszont éppen az öttagos klasszifikáció lényegét jelentik. Az író fel is hagyott az értelmezési problémákkal, a harmadik kiadásba már nem tette bele a rajzot – arra is reagálva, hogy Macleay és Swainson javaslatait nagyon hamar elvetette a tudományos közvélemény. A mű 3-9. kiadásában így egyetlen ábra maradt (a William B. Carpentertől [1813–1885] átvett közismert, embriológiai ihletésű filogenetikai fa) – csakúgy, mint a *Fajok eredetében* a magánosan álló „élet fája”. Mindenesetre Chambers elfelejtett fa-diagramja egyike azon kevés számú próbálkozásoknak a biológiában, amelyek időben jóval megelőzték a fa-fogalom gráfelméleti definícióját.

Populációnövekedés II: Darwin elefántjai

Említettük, hogy a *Fajok eredetében* Darwin a Linné-féle hipotetikus, egyéves növény segítségével mutatta be a korlátlan növekedés meglepő végeredményét. Ezt azonban nem tartotta meggyőzőnek, és még hatásosabb példát keresett. Rá is talált a legnagyobb szárazföldi állatban, a viszonylag lassan szaporodó elefántban.⁵ Az első kiadásban (DARWIN 1859) abból indult ki, hogy az elefántok 30 éves korukban lesznek ivarérettek, 90 éves korukig szaporodnak és ez idő alatt 3 pár borjúnak adnak életet. A számításmenet⁶ bemutatása nélkül Darwin arra következtetett, hogy egyetlen pár elefántnak öt évszázad elteltével kb. 15 millió utódja lehet (ha nincs semmiféle korlátozó hatás, természetesen). Mint később kiderült, a könyv mindmáig fennmaradt bővebb, kéziratos verziójában (amire a szakirodalom manapság *Natural selection* címen hivatkozik) Darwin a 15 milliót szülő páronként 4 pár utódra értette, míg 3 párra csak 5,1 millióval számolt. Vagyis, a nagy sietségben (a Wallace-szal való „versenynek” köszönhetően) úgy rövidítette le a szöveget, hogy az egyik kezdő feltételt a másikhoz tartozó eredménnyel kapcsolta össze (BARRETT 1977). A hibát senki se vette észre 1869-ig, amikor három olvasó is jelezte, valami nem stimmel a számolásokkal. A *Fajok eredete* 6. kiadása (DARWIN 1872) előtt a fiatal George H. Darwin, kezdő matematikusként⁷ sietett apja segítségére. Pontosan kiszámolta, hogy egy szülőpárra eső három pár borjú esetén 25 generáció után 5,1 millió utódról beszélhetünk, 4 párnál pedig a populáció mérete 25 generációt követően 15 millió lesz (VAN VYHE 2002). Ezt apja minden bizonnyal figyelembe vette és a kritikus mondatot a következőképpen módosította: „...feltételezhetjük, hogy az elefántok harminc éves korukban lesznek ivarérettek, 90 éves korukig minden nőténynek hat utódja lesz, és az elefántok egészen 100 éves korukig még életben vannak; ennek alapján 740-750 év múlva

⁵ Nem téve különbséget az afrikai és az ázsiai elefánt között (mára pedig az afrikait is két fajra különítették el).

⁶ Amit Darwin később egy meg nem nevezett Cambridge-i matematikusnak tulajdonított.

⁷ Később ő is, apjához hasonlóan, az MTA tiszteletbeli tagja lett – bár nem ezért az eredményért.

kb. 19 millió utódja lesz egyetlen párnak”. Tehát ő továbbra sem generációkban, hanem években gondolkodott. Az csak a *The Athenaeum* c. folyóiratban közölt leveléből derül ki, hogy a szülő pár 30 éves korától számolja az éveket, ikrekkel pedig csak a számolás egyszerűsítése végett foglalkozott – a valóságban ugyanis igen ritka az ikerszülés az elefántok körében.

Az utókor az elefántos példát igen sokszor idézte és változatos – mondhatjuk kaotikus – módon kezelte. Az 1. és a 6. kiadás számai keverten bukkanak fel, többnyire a kiadás éve és/vagy a feltételek sőt, Darwin nevének a mellőzésével. Egyes szerzők az adatokat tényként közlik, időnként 20 millióra kerekítve, mintha ez lenne az elefántok szaporodásának valós üteme. Darwin elefántjait a legkomolyabb forrásokban is rengeteg félreértés övezi és a részletek elhanyagolása kíséri, és csak nagyon kevés szerző hívja fel a figyelmet a tévedésekre (pl. BURTON 1998). Megmutattuk, hogy a számolás a populációbiológia Leslie-modelljével maximális precizitással elvégezhető, és lehetővé teszi a kezdő feltételek szabad megválasztását is. Ennek alapján könnyen igazolható, hogy George Darwin számításai helyesek voltak: a 25. generációban valóban 5,1 millió egyed lesz, mégpedig a 730-749. évben (ha a kiinduló pár születésétől számoljuk az éveket), vagy a 700-719. évben (ha a kiinduló pár ivarérettségének az időpontja a kiindulás). Darwin ezt a második feltételt alkalmazta, de még a könyv 6. kiadásában is téves adatot adott meg: a „kb. 19 millió” utód (pontosan 18,803,080) nem a 740-750 hanem a 750-760 közötti évtizedre igaz. Ennél fontosabb azonban, hogy a kezdő feltételek kismértékű átalakítása is drasztikus változásokat okozhat a végeredményben. Monte Carlo szimuláció derítette ki például, hogy ha az ivararány 1:1, az ikerszüléseket kizárjuk és a 6 borjú világrahozatala random időpontokban történik az anya 30-90 éves korában, akkor mindössze 0,03 körüli valószínűséggel kapunk 17,5 és 20,5 millió közé eső (tehát nagyjából a Darwin-féle értéknek megfelelő) populációméretet a 750. évben. Ha pedig feloldjuk azt a biológiailag indokolatlan feltételezést, hogy minden pár elefántnak pontosan „3 lánya és 3 fia” van, és a női és hím utódok arányát 1:5 és 5:1 között véletlenszerűen módosítjuk, a végeredmény a 10 és 10^{11} (százmilliárd) közötti intervallumba esik! Ezért (is) nagyon veszélyes Darwin elefántos példájára kommentár nélkül, tényként hivatkozni. Tudománytörténeti érdekesség viszont, hogy az elefántos példával Darwin és fia először alkalmaz – önkéntelenül – egy olyan számtani sorozatot, melynek minden tagja (a negyediktől számítva) az előző három tag összegeként adódik. A matematikában csak 1914-ben foglalkoztak először ilyen problémával, neve (Tribonacci sorozat) pedig 1963-ból származik – tréfásan utalva a már jóval régebben ismert Fibonacci sorozatra⁸, melyben az n-edik tag az előző kettő érték összege.

Összefoglaló megjegyzések

A biológia történetében végzett kalandozásaink során tapasztaltakat az alábbiakban összegezzük:

⁸ L. Fibonacci (?1175-?1250) egy évig élő, és havonta fiú-lány ikreket szülő nyulak példáján ismertette ezt a sorozatot.

A matematika alkalmazása még a biológia történetének legnagyobbjainál is gondot okozott, sokszor megtévesztve az utókort is. Időnként nemcsak maga a számolás, hanem az adatok kezelése is pontatlan vagy nemtörődöm volt.

Egyes matematikai problémák, burkoltan vagy nyilvánvalóan, előbb jelentkeztek a biológiában, mintsem a matematika pontos meghatározásokat alkalmazott volna. Ki kell emelnünk az intuíció szerepét, ami matematikai eszközök hiányában mindvégig fontos volt a biológia történetében.

Természetesen elmondható, hogy ma, komoly matematikai eszközök és számítógépek birtokában, „könnyen beszélünk” hibákról és félreértésekről. Távolról sem akartunk azonban ítéletet alkotni a biológiatörténet nagyjai felett; célunk a tények feltárása és bemutatása volt. Az viszont igaz, hogy a sok félreértés, a hibák halmozása és kritika nélküli átvétele a jelen felé közeledve már egyre kevésbé menthető.

Köszönetnyilvánítás

Az előadás anyaga kooperáció eredménye, amint az alábbi jegyzék is mutatja. Hálás köszönet illeti Szilágyi András és Kun Ádámot (MTA ELTE Evolúciobiológiai Kutatócsoport), Rózsa Lajost (MTA ELTE Ökológiai Kutatócsoport) és David A. Morrisont (Uppsala University) sokirányú közreműködésükért. Nélkülük egyik cikk vagy kézirat sem születhetett volna meg.

PODANI, J. & SZILÁGYI, A. (2016): Bad math in Linnaeus' *Philosophia Botanica*. *History and Philosophy of the Life Sciences* 38: 10.

PODANI, J., KUN, Á. & SZILÁGYI, A. (2018): How fast does Darwin's elephant population grow? *Journal of the History of Biology*, in press. <https://doi.org/10.1007/s10739-017-9488-5>

PODANI, J. & MORRISON, D. A. (2018): A forgotten tree metaphor and a brief iconography of the *Vestiges*. *History of Sciences*, accepted with revision.

PODANI, J., RÓZSA, L. & SZILÁGYI, A. (in prep.): An annual plant, two pigeons and three flies: the rapid growth of populations in Linnaeus' minds.

Irodalom

BARRETT, P. H. (1977): *The Collected Papers of Charles Darwin*. 2 vols. University of Chicago Press, Chicago and London. (With a foreword by Theodosius Dobzhansky)

BIBERG, I. J. (1751): *Oeconomia Naturae*. In: C. Linnaeus (ed.), *Amoenitates academicae; seu dissertationes variae, physicae, medicae, botanicae, antehac seorsim editae nunc collectae et auctae cum tabulis aenaeis*. Volumen secundum. Stockholm, 58 pp.

CHAMBERS, R. (1844): *Vestiges of the Natural History of Creation*, 1st ed., J. Churchill, London.

DARWIN, C. R. (1859–1872): *The origin of species by means of natural selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life*. 1st - 6th editions. John Murray, London.

EGERTON, F. N. (2012): *Roots of Ecology. Antiquity to Haeckel*. Univ. California Press, Berkeley.

LINNAEUS, C. (1735): *Systema Naturae*. Haak, Leiden.

- LINNAEUS, C. (1736): *Fundamenta botanica*. S. Schouten, Amsterdam.
- LINNAEUS, C. (1751a): *Philosophia Botanica*. Kiesewetter & Chatelain, Stockholm & Amsterdam.
- LINNAEUS, C. (1751b): Oratio de telluris habitabilis incremento. In: C. Linnaeus (ed.), *Amoenitates academicae; seu dissertationes variae, physicae, medicae, botanicae, antehac seorsim editae nunc collectae et auctae cum tabulis aenaeis*. Volumen secundum. Stockholm, pp. 430-459.
- LINNAEUS, C. (1759): *Miscellaneous Tracts Relating to Natural History, Husbandry, and Physick*. (Translated from the Latin, with notes By Benjamin Stillingfleet). R. and J. Dodsley, S. Baker and M. Cooper, London.
- LINNAEUS, C. (1767): *Systema Naturae*. Tom. I. Pars II. Classis V. Insecta. Classis VI. Vermes. Salvius, Stockholm.
- PAPAVERO, N., PUJOL-LUZ, J.-R. & TEIXEIRA, D. M. (2010): From Homer to Redi. Some historical notes about the problem of Necrophagous Blowflies' reproduction. *Arquivos de Zoologia* 41(4): 153–170.
- SECORD, J. A. (2000): *Victorian Sensation: The Extraordinary Publication, Reception, and Secret Authorship of Vestiges of the Natural History of Creation*. University of Chicago Press, Chicago.
- SMITHURST, J. (1832): Observations on the advantages resulting from a judicious study of natural history. *The Horticultural Register and General Magazine* 1: 797–800.
- VAN VYHE, J. (ed.). 2002. *The Complete Work of Charles Darwin Online*. (<http://darwin-online.org.uk/>). Accessed 15 December 2016.
- WALDBAUER, G. (2003): *What Good Are Bugs? Insects in the Web of Life*. Harvard Univ. Press, Boston.